INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE ROBLEDO

PLAN DE PROMOCIÓN ANTICIPADA

ÁREA/ASIGNATURA: MATEMÁTICAS - ARITMÉTICA

GRADO: 8°

Nombre:

INDICADORES DE DESEMPEÑO PARA LA PROMOCIÓN DEL OCTAVO GRADO:

- Reconocimiento del significado de la potenciación, la radicación y la logaritmación y utiliza las propiedades adecuadas
- Ejecución de procesos de codificación y decodificación para la modelación de situaciones algebraicas, geométricas y matemáticas.
- Proposición de expresiones algebraicas que representen volúmenes, áreas y perímetros.
- Aplicación el concepto de perímetro, área y volumen a la solución de problemas con expresiones algebraicas.

Instrucciones: El siguiente taller tiene como finalidad que repases los conceptos que alguien que supere el grado octavo debe conocer y aplicar a al análisis y solución de diferentes situaciones matemáticas. Te recomiendo que leas atentamente la teoría expuesta aquí y que la complementes con la información que brindan los libros y los medios tecnológicos, antes de enfrentar las **siete actividades propuestas** a lo largo del taller. Además de este taller deberás realizar la prueba escrita mediante un formulario de drive, el link te lo entregaré en el momento en que nos reunamos para que presentes la prueba. Además, debes también realizar una sustentación oral de lo aquí se trata, la fecha y hora de la sustentación te las enviaré al correo institucional cuando tenga la instrucción de coordinación.

POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN:

¿Qué es la potenciación?

La potenciación es una operación que consiste en multiplicar por sí mismo un número llamado base tantas veces como lo indique otro número llamado exponente.

¿Qué es la radicación?

La radicación es en realidad otra forma de expresar una potenciación: la raíz de cierto orden de un número es equivalente a elevar dicho número a la potencia inversa. Por esto, las propiedades de la potenciación se cumplen también con la radicación. Para que estas propiedades se cumplan, se exige que el radicando de las raíces sea positivo.

Cálculo de raíces: Para calcular la raíz n-ésima de un número primero se factoriza y se escribe el número como producto de potencias, luego se extraen todos los factores. Si todos los exponentes del radicando son múltiplos del índice, la raíz es exacta.

Para repasar las propiedades de la radicación y la potenciación te invito a que revises los videos de los siguientes links:

https://www.youtube.com/watch?v=dT6BcSrH4q0

https://www.youtube.com/watch?v=WYwmA8coUsQ

ACTIVIDAD #1

1. Calcular aplicando las propiedades de la potencia:

$a)\ (-3)^5 =$ $\qquad$ $b)\ -3^5 =$ $\qquad$ $c)\ -2^5 =$ $\qquad$ $d)\ -2^{-5} =$

$e)\ \left[\left(\frac{1}{5}\right)^4\right]^0 =$ $\qquad$ $f)\ (3x)^4 =$ $\qquad$ $g)\ \left(3^2\right)^3 =$ $\qquad$ $k)\ \dfrac{a^2 \cdot b^3 \cdot c^4}{a \cdot b^2 \cdot c^3} =$

2. Resolver aplicando las propiedades de la potenciación y la radicación:

$a)\sqrt{9b^6c^2} =$ b)$\sqrt[3]{-27m^9y^3} =$

$c)\sqrt[5]{-32a \cdot b^{10}c^{15}} =$ d)$\sqrt[6]{64p^{-6}q^{18}r^{24}} =$

CONCEPTOS BÁSICOS DEL ALGEBRA:

1. **Término algebraico**: Un término algebraico es el producto de una o más variables y una constante literal o numérica. Ejemplos: $3x^2y$; -45m
   En todo término algebraico podemos distinguir: **Signo, coeficiente numérico y factor literal.**
2. **Grado de un término:** Se denomina grado de un término algebraico a la suma de los exponentes de su factor literal.

3. **Expresiones algebraicas:** Expresión algebraica es el resultado de combinar, mediante la operación de adición, uno o más términos algebraicos.
   Ejemplo:

$$\boxed{\frac{2}{3}ab^2 - 5ab + 6c}$$

4. **Cantidad de términos:** Según el número de términos que posea una expresión algebraica se denomina:
   - **Monomio:** Un término algebraico: a^2bc^4 ; $-35z$
   - **Binomio:** Dos términos algebraicos: x + y ; 3 – 5b
   - **Trinomio:** Tres términos algebraicos: a + 5b -19
   - **Polinomio:** Más de dos términos algebraicos: $2x - 4y + 6z - 8x^2$

5. **Grado de un polinomio:** El grado de un polinomio está determinado por el mayor grado de alguno de sus términos cuyo coeficiente es distinto de cero.

Actividad #2

1. Para cada uno de los siguientes términos algebraicos, determina su signo, coeficiente numérico, factor literal y grado:

Ejercicio	Signo	C. numérico	F. literal	Grado
$-5{,}9a^2b^3c$	menos	5,9	a^2b^3c	2+3+1=6
$-\frac{\sqrt{3}}{3}h^4k^5$				
abc				
$\frac{xy^2}{4}$				
$-8a^4c^2d^3$				

2. Determina el **grado** y **clasifica** según el número de términos, las siguientes expresiones algebraicas:

Expresión algebraica	Grado de la expresión	Número de términos
$2x - 5y^3$	3	2: binomio
$\frac{x^2y^3}{4}$		
a – b + c – 2d		
$m^2 + mn + n^2$		
$x + y^2 + z^3 - xy^2z^3$		

VALORACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS:

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA JORGE ROBLEDO **PLAN DE PROMOCIÓN ANTICIPADA**

Valorar una expresión algebraica significa **asignar un valor numérico** a cada variable de los términos y resolver las operaciones indicadas en la expresión para determinar su valor final.
Veamos un ejemplo:
Valoremos la expresión: $\mathbf{5x^2y - 8xy^2 - 9y^3}$, considerando $x = 2$; $y = -1$

No olvidar:

1º Reemplazar cada variable por el valor asignado.
2º Calcular las potencias indicadas
3º Efectuar las multiplicaciones y divisiones
4º Realizar las adiciones y sustracciones

Veamos el ejemplo propuesto: $\mathbf{5x^2y - 8xy^2 - 9y^3}$

$$5x^2y - 8xy^2 - 9y^3 = \underbrace{5\cdot 2^2\cdot(-1)} - \underbrace{8\cdot 2\cdot(-1)^2} - \underbrace{9\cdot(-1)^3}$$

$$= \underbrace{5\cdot 4\cdot(-1)} - \underbrace{8\cdot 2\cdot 1} - \underbrace{9\cdot(-1)} =$$

$$= -20 - 16 + 9 = \boxed{-27}$$

Es el valor numérico

Actividad #3
Calcula el valor numérico de las expresiones algebraicas siguientes, considerando:

Expresión algebraica	Reemplazar :a = 2; b =5; c=–3; d=–1; f = 0	Resultado
$5a^2 - 2bc - 3d$		
4 ab – 3 bc – 15d		
$6a^3f$		
$2a^2 - b^3 - c^3 - d^5$		
$3(a-b)+2(c-d)$		
$\frac{c}{3}+\frac{b}{5}-\frac{a}{2}$		
$(b+c)^2$		

Términos semejantes:

Se denominan términos semejantes de una expresión algebraica todos aquellos términos que tienen **igual factor literal**.

Ejemplos:

- En la expresión $\mathbf{5\,a^2b} + 3abx + 6\,a^2b^3 \mathbf{- 7\,a^2b}$, $\mathbf{5\,a^2b}$ es semejante con $\mathbf{-7\,a^2b}$
- En la expresión $\mathbf{x^2y^3} - 8xy^2 + \frac{2}{5}\mathbf{x^2y^3}$, $\mathbf{x^2y^3}$ es semejante con $\frac{2}{5}\mathbf{x^2y^3}$

Reducir términos semejantes consiste en sumar los coeficientes numéricos, conservando el factor literal que les es común.

Ejemplos:

1) $-3\,a^2b + 2ab + 6\,a^2b - 7\,ab = \boxed{3\,a^2b - 5\,ab}$

2) $\underline{\underline{\frac{3}{4}}}x^3y^2 - \frac{1}{2}x^2y^3 + \frac{2}{3}x^2y^3 + \underline{\underline{\frac{1}{3}}}x^3y^2 = \boxed{\frac{13}{12}x^3y^2 + \frac{1}{6}x^2y^3}$

$\frac{3}{4} + \frac{1}{3} = \frac{9+4}{12} = \frac{13}{12}$ $\qquad\Big\|\qquad$ $-\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{-3+4}{6} = \frac{1}{6}$

Uso de Signos de agrupación: $(\ )\ \ [\ \ ]\ \ \{\ \}$

En álgebra los paréntesis se usan para agrupar términos y separar operaciones.
Para eliminar paréntesis debes fijarte en el signo que tengan:

- Si es **positivo** , se elimina **manteniendo todos los signos** que están dentro de él.
- Si es **negativo**, se elimina **cambiando todos los signos** que están dentro de él.

Ejemplos:

1) $2a + \{-x + a - 1\} - \{a + x - 3\} =$

$2a - x + a\ - 1\ \ - a - x + 3\ = \boxed{2a - 2x + 2}$

2) 3x – (6x + 1) + (x –3)

3x – 6x – 1 + x – 3 = $\boxed{–2x – 4}$

Observación:

- Si en una expresión algebraica existen paréntesis dentro de otros, se empiezan a eliminar desde **el más interior**.

Ejemplo:

$$m^2 - \{-7mn + [-n^2 - (m^2 - 3mn + 2n^2)]\} =$$
$$m^2 - \{-7mn + [-n^2 - m^2 + 3mn - 2n^2]\} =$$
$$m^2 - \{-7mn\ \ - n^2 - m^2 + 3mn - 2n^2\} =$$
$$m^2 + 7mn + n^2 + m^2 - 3mn + 2n^2 = \boxed{2m^2 + 4mn + 3n^2}$$

Actividad #4

1. Reúne los términos semejantes:
   A. 8x – 6x + 3x – 5x + 4 – x =
   B. $4{,}5a - 7b - 1{,}4b + 0{,}6a + 5{,}3b + b =$
   C. $\frac{3}{5}m^2 - 2mn + \frac{1}{10}m^2 - \frac{1}{3}mn + 2mn - 2m^2 =$
   D. $\frac{2}{5}x^2y + 31 + \frac{3}{8}xy^2 - \frac{3}{5}y^3 - \frac{2}{5}x^2y - \frac{1}{5}xy^2 + \frac{1}{4}y^3 - 6 =$

2. Destruye los signos de agrupación y reúne los términos semejantes:
   A. $-4 - (x - y) - 5 + (x + 3y) - 2 - \{x - 3y + 5 - [-x + y - 1 + 2 + (x - y)]\} =$
   B. $-\{+[(x - y + z)]\} + \{-[(z + x - y)]\} - [\{-(x + y)\}] =$

Multiplicación en álgebra

Para multiplicar expresiones algebraicas, debes observar los siguientes pasos:

1º Multiplicar los signos (ley de los signos para la multiplicación)
2º Multiplicar los coeficientes numéricos.
3º Multiplicar las letras (multiplicación de potencias de igual base).

- Estos pasos son válidos para todos los casos de multiplicación en álgebra; esto es, **monomios por monomios, monomios por polinomios y polinomios por polinomios.**

Ejemplos:

monomios por monomios	**monomios por polinomios**	**polinomios por polinomios**

$(-4a^5b^4)\bullet(12ab^2)=\boxed{-48\,a^6b^6}$	$7\,a^4b\bullet(2\,a^3-a\,b+5\,b^3)=$ $\boxed{14\,a^7b-7\,a^5b^2+35\,a^4b^4}$	$(2a-3b)(3a-7b)=$ $6a^2-14ab-9ab+21b^2=$ $\boxed{6a^2-23ab+21b^2}$
$(6\,m^5n^{-3}p^{-4})\bullet(5\,mn^{-1}p^2)=$ $\boxed{30\,m^6n^{-4}p^{-2}}$	$(a\,x+b\,y-c\,z)\bullet(-x\,y)=$ $\boxed{-ax^2y-bxy^2+cxyz}$	$(x-2)(x^2+2x+4)=$ $x^3+2x^2+4x-2x^2-4x-8=$ $\boxed{x^3-8}$
$\left(\frac{3}{4}a^4b\right)\cdot\left(\frac{2}{3}ab^3\right)=\boxed{\frac{1}{2}a^5b^4}$	$\left(-\frac{2}{5}m^{2a-3}\right)\cdot\left(-\frac{5}{4}m^{a-1}+\frac{5}{2}m^{5a}\right)=$ $\boxed{\frac{1}{2}m^{3a-4}-m^{7a-3}}$	$(m^2-2mn-8n^2)(m^3-3m^2+2)=$ ¡ hazlo tú !

División en álgebra
Para repasar la división te invito a que revises los videos de los siguientes link:
https://www.youtube.com/watch?v=gpBEUnFBhGc
https://www.youtube.com/watch?v=udNePIkZt6E

Actividad #5

Efectúa las siguientes divisiones de monomios (indicando si en algún caso el resultado no es un monomio):

$a)\ \frac{10x^3y^4z}{2xyz}=$ $\quad b)\ \frac{3a^5b^2}{2a^4b}=$ $\quad c)\ \frac{12x^4a^5b}{4xa^2b^3}=$ $\quad d)\ \frac{15x^4y^6a^3}{3x^2y^4}=$

6.- Efectúa las siguientes divisiones de polinomio entre monomio:

$a)\ \frac{5x^2y^4-10x^5y^6+25x^3y}{5xy}=$

$b)\ \frac{12a^5b^2-10a^4b^3+8a^6b^7-6a^2b^5}{2a^2b^2}$

FACTORIZACIÓN
Factorizar un número consiste en expresarlo como producto de dos de sus divisores.
Ejemplo: Factoriza 20 en dos de sus divisores: 4 · 5, es decir 20 = 4 · 5

¿Y en álgebra, qué será factorizar una expresión algebraica?

Cuando realizamos las multiplicaciones:

$2x(x^2-3x+2)=2x^3-6x^2+4x$
$(x+7)(x+5)=x^2+12x+35$

Entonces vemos que las expresiones de la izquierda son los factores y las de la derecha son las expresiones a factorizar, es decir, la factorización es el proceso inverso de la multiplicación.
La factorización es de extrema importancia en la Matemática, así es que debes tratar de entender lo más que puedas sobre lo que sique.

Existen varios casos de factorización:
FACTOR COMUN MONOMIO
Factor común monomio: es el factor que está presente en cada término del polinomio:
Ejemplo: ¿Cuál es el factor común en $6x^2y-30xy^2+12x^2y^2$

El factor común es " 6xy " porque
$6x^2y - 30xy^2 + 12x^2y^2 = 6xy(x - 5y + 2xy)$

FACTOR COMUN POLINOMIO
Es el polinomio que aparece en cada término de la expresión:

EJEMPLO
Factoriza $x(a + b) + y(a + b) =$
Existe un factor común que es $(a + b)$, entonces $x(a + b) + y(a + b) = (a + b)(x + y)$

FACTOR COMUN POR AGRUPACIÓN
Se trata de extraer un doble factor común.

EJEMPLO N°1.
Factoriza $ap + bp + aq + bq$
Se extrae factor común "p" de los dos primeros términos y "q" de los dos últimos
$p(a + b) + q(a + b)$
Se saca factor común polinomio
$(a + b)(p + q)$

ACTIVIDAD #6
Todos los ejercicios de esta actividad se solucionan con algún caso de factor común:

$14m^2n + 7mn =$	$4m^2 - 20am =$
$14a - 21b + 35 =$	$3ab + 6ac - 9ad =$
$20x - 12xy + 4xz =$	$6x^4 - 30x^3 + 2x^2 =$
$(x + y)(n + 1) - 3(n + 1) =$	$(a + 1)(a - 1) - 2(a - 1) =$
$(a(a + b) - b(a + b) =$	$(2x + 3)(3 - r) - (2x - 5)(3 - r) =$
3x2 - 3bx + xy - by =	$6ab + 4a - 15b - 10 =$
ac - a - bc + b + c2 - c =	$ax - ay - bx + by - cx + cy =$

FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $x^2 + bx + c$

El trinomio de la forma $x^2 + bx + c$ se puede descomponer en dos factores binomiales mediante el siguiente proceso :

EJEMPLO Descomponer $x^2 + 6x + 5$

1° Hallar dos factores que den el primer término $x \cdot x$

2° Hallar los divisores del tercer término, seccionando aquellos cuya suma sea "6"
$1 \cdot 5$ ó $-1 \cdot -5$

pero la suma debe ser +6 luego serán $(x + 1)(x + 5)$

FACTORIZACION DE UN TRINOMIO DE LA FORMA $AX^2 + BX + C$
EJEMPLO
Factoriza $2x^2 - 11x + 5$
1º El primer término se descompone en dos factores $2x \cdot x$
2º Se buscan los divisores del tercer término $5 \cdot 1$ ó $-5 \cdot -1$
3º Parcialmente la factorización sería $(2x + 5)(x + 1)$
pero no sirve pues da: $2x^2 + 7x + 5$
se reemplaza por $(2x - 1)(x - 5)$
y en este caso nos da: $2x^2 - 11x + 5$

FACTORIZACION DE LA DIFERENCIA DE DOS CUADRADOS
EJEMPLO:
Factorizar $9x^2 - 16y^2 =$
Para el primer término $9x^2$ se factoriza en $3x \cdot 3x$ y el segundo término $-16y^2$ se factoriza en $+4y \cdot -4y$, luego la factorización de $9x^2 - 16y^2 = (3x + 4y)(3x - 4y)$

FACTORIZACION DE UN TRINOMIO CUADRADO PERFECTO
Ejemplo:

Factorizar $9x^2 - 30x + 25 =$
1° Halla la raíz principal del primer término $9x^2$: $3x \cdot 3x$
2° Halla la raíz principal del tercer término 25 con el signo del segundo término $5 \cdot -5$
luego la factorización de $9x^2 - 30x + 25 = (3x - 5)(3x - 5) = (3x - 5)^2$

ACTIVIDAD #7
Factoriza los siguientes trinomios.
Las tres primeras hileras corresponden a trinomios de la forma $x^2 + bx + c$, las tres hileras dela mitad a trinomios de la forma $AX^2 + BX + C$ y las tres hileras finales a trinomios cuadros perfectos:

$h^2 - 27h + 50 =$	$y^2 - 3y - 4 =$
$x^2 + 14xy + 24y^2 =$	$m^2 + 19m + 48 =$
$x^2 + 5x + 4 =$	$x^2 - 12x + 35 =$
$5x^2 + 3xy - 2y^2 =$	$7p^2 + 13p - 2 =$
$6a^2 - 5a - 21 =$	$2x^2 - 17xy + 15y^2 =$
$2a^2 - 13a + 15 =$	
169m2 - 196 n2 =	121 x2 - 144 k2 =
$36x^2 - 84xy + 49y^2 =$	$4a^2 + 4a + 1 =$
$1 + 6a + 9a^2 =$	$25m^2 - 70\,mn + 49n^2 =$