ÁREA/ASIGNATURA: ARITMÉTICA

PLAN DE APOYO PARA LA PROMOCIÓN ANTICIPADA

GRADO: SEXTO

AÑO: 2017

INSTRUCCIONES: La entrega de la solución, por escrito y bien presentada, es requisito indispensable para poder realizar la sustentación escrita y la sustentación oral. En la página de la clase encontrarás algunos videos que te pueden ayudar a solucionar las dudas que te surjan.

Concepto de número natural

El conjunto de los **números naturales** contiene clases simbolizadas por cifras que expresan el número de elementos que contiene un conjunto dado. Por ejemplo, el número natural 4 representa a un conjunto formado por cuatro elementos.
El conjunto de los números naturales se denota por N = {1, 2, 3, 4, ...}. En sentido estricto, este conjunto no contiene al cero; si se quiere incluir este elemento en el conjunto, se denota por N* = {0, 1, 2, 3, 4, ...}.

El sistema decimal

El **sistema decimal**, el más utilizado en todos los ámbitos de la actividad humana, se distingue por las siguientes características:

- Utiliza una base 10.
- Sus numerales son las cifras del 0 al 9, ambas incluidas.
- Las posiciones relativas de los números se denominan unidades, decenas, centenas, unidades de millar, decenas de millar, centenas de millar, unidades de millón, etc.

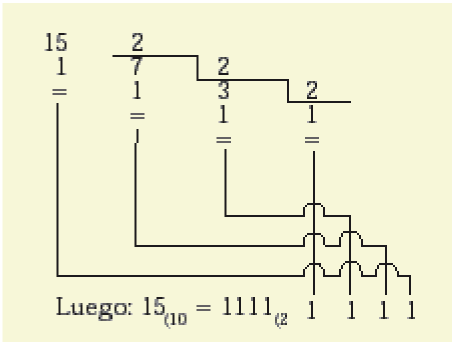
La forma polinómica de un número en el sistema decimal es la siguiente:

$$n_{(10} = n = a_n a_{n-1} \ldots a_2 a_1 a_0 = a_0 + a_1 \cdot 10 + a_2 \cdot 10^2 + \ldots + \\ + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + a_n \cdot 10^n$$

Por ejemplo, en esta forma, 3.892 se escribiría como $2 + 9 \times 10 + 8 \times 10^2 + 3 \times 10^3$.

El sistema binario

Utilizado por los ordenadores y otros tipos de dispositivos y sistemas, el **sistema binario** se caracteriza por emplear una base 2 y los numerales 0 y 1.
Este sistema, muy práctico para los cálculos automatizados con sistemas electrónicos digitales, es sin embargo un tanto engorroso en la escritura cotidiana, ya que la expresión de las cantidades resulta muy larga. Así, por ejemplo, el número 15 de la base decimal se expresaría en base binaria como 1111, según el esquema de descomposición mostrado.



Expresión del número 15 en base binaria.

Los números enteros

El conjunto de números enteros se designa con la letra Z y está compuesto por:

- Los números enteros negativos: Z- = {..., -4, -3, -2, -1}.
- El número cero: 0.
- Los números enteros positivos: Z+ = {... , 1, 2, 3, 4}.

El valor absoluto

El valor absoluto de un número entero es el número de unidades que dista de cero. Por este motivo, la ordenación de los números enteros se realiza con respecto al 0. Así mismo, el valor absoluto también puede expresarse como el número natural que se obtiene tras suprimir el signo positivo (+) o negativo (-). Se expresa poniéndolo entre barras:

Número entero	Representación del valor absoluto	Valor absoluto
+5	|+5|	5
-5	|-5|	5

Suma de números enteros

Si cogemos el ascensor de unos grandes almacenes en el 2º piso (+2) y subimos 3 pisos (+3), nos encontraremos en la planta 5ª (+5). Con este sencillo ejemplo vemos cómo, aunque no nos demos cuenta, utilizamos constantemente la suma de números enteros.

Se presentan varios casos de suma de números enteros:

- **Suma de números enteros positivos**: se suman los valores absolutos de los números. Al resultado se le pone el signo positivo. (+3) + (+5) = (+8)

- **Suma de números enteros negativos**: se suman los valores absolutos de los números. Al resultado se le pone signo negativo. (-3) + (-5) = (-8)
- **Suma de dos números enteros de distinto signo**: se restan los valores absolutos. El signo será el que tenga el número de mayor valor absoluto. (+3) + (-8) = (-5)

Además, la suma de números enteros cuenta con algunas propiedades.

Resta de números enteros

Si cogemos el ascensor de unos grandes almacenes en el 2º piso (+2) y bajamos 3 pisos (-3), nos encontraremos en la planta -1 (-1). La resta que hemos realizado, 2 - 3 = -1, podemos convertirla en una suma de números enteros:

2 - 3 = -1 = 2 + (-3) = -1

Esto es porque sumamos a nuestro desplazamiento 3 pisos hacia abajo (movimiento descendente, representado con un número negativo).Para restar dos números enteros se suma al minuendo el opuesto.Por tanto, para restar números enteros:

7 - (-2) = 7 + op (-2) = 7 + 2 = 9

Combinación de sumas y restas

Cuando realizamos una operación con números enteros que combina sumas con restas usamos paréntesis para evitar que aparezcan dos signos seguidos:

2 + (-9) + (5 + 1) - (3 - 4)

Podemos actuar de dos maneras diferentes:

- Eliminar todos los paréntesis, y sumar y restar normalmente.
- Operar primero con los números que están dentro de los paréntesis y eliminarlos después.

En ambos casos tenemos que suprimir los paréntesis, operación que varía en función del signo que lo precede.

- **Cuando el paréntesis va precedido del signo negativo (-).** Para suprimirlo hay que cambiar el signo a todos los números que hay dentro de él. (5 + 1) - (3 - 4) = (5 + 1) - 3 + 4
- **Cuando el paréntesis va precedido del signo positivo (+).** El paréntesis se puede suprimir sin alterar el signo de los números que hay dentro de él. (5 + 1) - (3 - 4) = 5 + 1 - (3 - 4)

Pero a veces los paréntesis están, a su vez, dentro de otros a los que llamamos corchetes.

Cálculo con corchetes

Los corchetes son paréntesis que tienen esta forma: [ ]. Se utilizan cuando en una operación matemática hay más de un paréntesis, unos dentro de otros.

Por ejemplo, 10 - [8 - (5 - 2) + (-2 + 3)] + 1

Podemos calcular esta operación con corchetes de dos formas:

1. Primera

   I. Se hace la operación del interior del paréntesis.

   II. Se hace la operación del interior del corchete. 10 - [8 - 3 + 1] + 1 = 10 - [6] + 1 = 5

   Segunda

   . Se suprimen los paréntesis.

   I. Se suprimen los corchetes. 10 - [8 - 5 + 2 - 2 + 3] + 1 = 10 - 8 + 5 - 2 + 2 - 3 + 1 = 5

Al quitar un corchete precedido de un signo negativo (-) hay que cambiar todos los signos de los números que hay dentro de él.

Multiplicación con números enteros

Para multiplicar dos números enteros se multiplican sus valores absolutos. El signo del producto será positivo si los factores tienen el mismo signo y negativo si los signos son distintos.

La multiplicación se representa con el signo × (equis) o con el signo · (punto). En esta tabla tienes las combinaciones de signos posibles en los resultados de la operación multiplicación de números enteros.

Regla de los signos del producto				
+	x	+	=	+
-	x	-	=	+
+	x	-	=	-
-	x	+	=	-

Algunos ejemplos de estos productos son:

(+8) · (+2) = + 16 (- 8) · (- 2) = + 16 (+8) · (- 2) = - 16 (- 8) · (+2) = - 16

El producto de números enteros cumple las mismas propiedades que el producto de números naturales.

El matemático y astrónomo Brahmagupta fue el primero en utilizar los números negativos y, además, enunció las cuatro operaciones fundamentales (suma, resta, multiplicación y división). Este matemático realizaba las operaciones básicas con lo que él llamaba "bienes" (números positivos), "deudas" (números negativos) y "la nada" (el cero).

Propiedades del producto de números enteros

- **Propiedad conmutativa.**El orden de los factores no altera el producto. Ejemplo: (a) · (b) = (b) · (a)
- **Propiedad asociativa.** Los factores de un producto de números enteros pueden asociarse de diferentes formas. Ejemplo: (a) · [(b) · (c)] = [(a) · (b)] · (c)
- **Elemento neutro.** El producto de cualquier número entero por 1 es el mismo número. Ejemplo: (a) · 1 = (a)
- **Propiedad distributiva respecto a la suma o la resta.** Para multiplicar una suma o una resta por un número, se multiplican cada uno de los términos de la suma o de la resta por ese número y, a continuación, se suman o se restan los resultados. Ejemplo: a · (b + c) = a · b + a · c

División con números enteros

Para dividir dos números enteros se dividen primero sus valores absolutos y al cociente se le pone signo positivo (+) o negativo (-), según tengan el dividendo y el divisor igual o diferente signo.

La división se representa con el signo / , con el signo : (dos puntos) o con el signo ÷.

Regla de los signos del producto				
+	/	+	=	+
-	/	-	=	+
+	/	-	=	-
-	/	+	=	-

La división de números enteros no cumple la propiedad conmutativa del producto, es decir, no se puede cambiar el lugar del dividendo y del divisor. Pero tiene otras propiedades:

- El número 1 actúa como elemento neutro. Cualquier número entero dividido entre 1 dará el mismo número:(+8) : (+1) = 8(-9) : (+1) = -9

- No se puede dividir entre 0, pues no hay ningún número que, al multiplicarlo por 0 (que sería el divisor) nos dé algo distinto de cero (que sería el dividendo).
- El cociente de dos números enteros no siempre es un número entero. Sabemos que el producto de dos números enteros da lugar a un número entero, pero no ocurre lo mismo en la división. ¿Por qué? Veamos un ejemplo: (-2) : (+4) = ¿? No hay ningún número entero que al multiplicarlo por (+4) nos dé (-2).

Jerarquía de las operaciones

Cuando se realizan operaciones combinadas con números enteros, es decir, cuando tenemos a la vez suma, resta, multiplicación o división, no podemos realizarlas de forma arbitraria. Aunque no es obligatorio, se suele empezar a operar por la izquierda. Pero si existe una jerarquía de las operaciones que debe respetarse, y es la siguiente:

1. Si hay paréntesis y corchetes, primero se resuelven las operaciones que hay en su interior.
2. Se realizan las multiplicaciones y divisiones.
3. Se realizan las sumas y restas.

Veamos un ejemplo para comprenderlo mejor:

1. -4 · 2 + (-3) · 7 - (2 + 2). Primero se resuelve el paréntesis.
2. -4 · 2 + (-3) · 7 - 4. Después se realizan las multiplicaciones.
3. -8 + (-21) - 4. Finalmente se resuelven las sumas y las restas. El resultado es -33.

¿Qué es la potenciación?

La potenciación es una forma abreviada de expresar una multiplicación de factores iguales.
Por ejemplo:
¿Cómo son los sumandos en esta igualdad?

$$5 + 5 + 5 + 5 + 5 + 5 = 30$$
$$6 \cdot 5 = 30$$

Son iguales por tanto la suma se puede expresar como una suma abreviada o sea como un producto. El número que se repite es el cinco y se repite seis veces, seis veces cinco es igual a treinta

$$\text{base} \rightarrow 3^{2} \leftarrow \text{exponente}$$

Las potencias se leen de la siguiente manera: base elevada al exponente, en el ejemplo, 3 es la base y 2 el exponente, por lo que leemos 3 elevado a 2, o sencillamente, 3 a la 2.

La potenciación es una multiplicación abreviada de factores iguales,

Propiedades de la potenciación:

1. Exponente cero:

Toda potencia elevada a un exponente cero, es igual a la unidad.

$a^0 = 1\ ;\ \forall a \in Z$

Ejemplo:

$3^0 = 1$

$(-2)^0 = 1$

$-5^0 = -1$

2. Exponente unitario:

Toda potencia elevada a exponente unitario, es igual a la misma base.

$a^1 = a\ ;\ \forall a \in Z$

Ejemplo:

$5^1 = 5$

$(-4)^1 = -4$

3. Productos de potencias de la misma base:

El producto de la potencia de la misma base, es igual a la base común elevada a la suma de los exponentes de los factores.

$a^m . a^n = a^{m+n}$

Ejemplo:

$2^5 . 2^6 = 2^{5+6} = 2^{11}$

$(-3)^3 . (-3)^7 = (-3)^{10}$

4. Cociente de potencias de una misma base:

El cociente de dos potencias de una misma base, es otra potencia de la misma base, cuyo exponente es la diferencia de los exponentes.

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \;;\; a \in Z \wedge a \notin 0$$

Ejemplo:

$$\frac{6^5}{6^2} = 6^3 = 216$$

$$\frac{(-3)^8}{(-3)^5} = (-3)^{8-5} = (-3)^3 = -27$$

5. Potencia de potencia de un número entero:

Una potencia de una potencia es igual a otra potencia de la misma base que la primera, cuyo exponente es el producto de los exponentes.

$$(a^m)^n = a^{m \times n} ; a \notin 0 \wedge m; n \in Z$$

Ejemplo:

$$\left[(-2)^2\right]^3 = (-2)^{2\times 3} = (-2)^6 = 64$$

Observación:

No es lo mismo:

$$\left[(-2)^2\right]^3 \neq (-2)^{2^3}$$

$$(-2)^{2\times 3} \neq (-2)^{2\times 2\times 2}$$

$$(-2)^6 \neq (-2)^8$$

6. Producto de potencias con el mismo exponente:

El producto de potencias con el mismo exponente, es igual a otra potencia con el mismo exponente, y cuya base es el producto de los factores.

$$a^m \times b^m \times c^m = (a \times b \times c)^m$$

Ejemplo:

$$2^2 \times 3^2 \times 5^2 = (2 \times 3 \times 5)^2 = 30^2 = 900$$

7. Cociente de potencias con el mismo exponente:

El cociente de potencias con el mismo exponente, es igual al cociente de las mismas elevado al exponente común.

$$\frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m \ ; \ b \neq 0 \wedge a;b \in Z$$

Ejemplo:

$$\frac{36^2}{9^2} = \left(\frac{36}{9}\right)^2 = (4)^2 = 16$$

8. Potencia de exponente entero negativo:

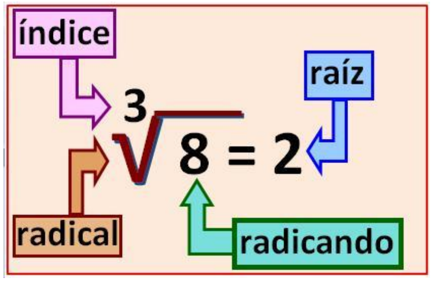
$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Ejemplo:

$$4^{-2} = \frac{1}{4^2} = \frac{1}{16}$$

LA RADICACION

La radicación es una de las operaciones inversa de la potenciación, por ejemplo:
La raíz cuadrada es la operación inversa de la potencia de exponente dos. La raíz cuadrada de un número, es el número que, multiplicado por sí mismo, da el primero. Los términos de esta operación son los siguientes:



En el caso de las raíces cuadradas el índice dos no se escribe se sobreentiende que está cuando no aparece otro número en su lugar.

La radicación es en realidad otra forma de expresar una potenciación, por lo que las propiedades de la potenciación se cumplen también para la radicación.

Raíz de un producto

La raíz de un producto es igual al producto de las raíces de los factores: $\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$

Ejemplo

- $\sqrt{3^2 \cdot 2^4} = \sqrt{3^2} \cdot \sqrt{2^4} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12.$

Se llega a igual resultado de la siguiente manera:

$$\sqrt{3^2 \cdot 2^4} = \sqrt{9 \cdot 16} = \sqrt{144} = 12.$$

Raíz de un cociente

La raíz de una fracción es igual al cociente de la raíz del numerador entre la raíz del denominador: $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$

Ejemplo

- $\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{4}} = \frac{3}{2}$

Raíz de una raíz

Para calcular la raíz de una raíz se multiplican los índices de las raíces y se conserva el radicando: $\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$

Ejemplo

- $\sqrt[9]{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[27]{5}.$

ACTIVIDAD

<u>Resolver el siguiente taller a partir de la lectura del documento, preparar dicho taller para sustentación oral y/o escrita.</u>

1) Resuelva las siguientes sumas de números naturales

a) 296 + 5.342 + 756 + 9　　b) 192 + 55.564 + 56　　c) 115 + 798 + 41 + 6

d) 9.767 + 8.953 + 9.543　　e) 751 + 654 + 32.788

2) Reste las siguientes Cifras:

a) 89.654.632 – 854.126　　b) 1.336.945.122 – 3.655.244.552

c) 566.232.144 – 32.552

d) 54.855.888 – 3.555.425　　e) 63.255.211 – 1.485.214

3) Resuelva las siguientes multiplicaciones de números naturales:

a) 3879 x 330　b) 12089 x 307　c) 10965 x 905　d) 896 x 964　e) 98184 x 667

4) Divide las siguientes cifras:

a) 21.762 : 26　b) 17.250 : 32　c) 79.943 : 79　d) 86.324 : 81　e) 28.523 : 45

5)Completar el número que falta en el casillero correspondiente:

a) $(-2)^{5} =$ $\square$　　e) $(+4)^{4} =$ $\square$

b) $(+11)^{2} =$ $\square$　　f) $(12)^{2} =$ $\square$

c) $(- 80)^{\text{º}} =$ $\square$　　g) $(-9)^{3} =$ $\square$

d) $(-10)^{3} =$ $\square$　　h) $(-5)^{-3} =$ $\square$

6)Aplica las propiedades de la potenciación y escribe como una sola potencia :

b) $(-3)^2 (-3)^3 (-3)^4 =$

c) $(x^3)^2 . (x^4)^3 =$

d) $\dfrac{(-6)^9}{(-6)^3} =$

d) $\dfrac{5^6.5^4.5^8}{5^2.5} =$

e) $2^{3^2} . 2^{2^3} =$

f) $[(a^3)^2 (a^2)^5]^3$

7)Aplica las propiedades de la radicación y calcula :

a) $\sqrt{81x100} =$

b) $3\sqrt{216x125} =$

c) $3\sqrt{27x(-343)x512} =$

d) $\sqrt{144x36x25} =$

e) $3\sqrt{4^3x5^3x2^6} =$

f) $6\sqrt{(a^2)^5.(a^3)^8.a^2} =$

8)Hallar la raíz cuadrada de :

a) $\sqrt{53824}$

b) $\sqrt{68715} =$

9)Simplificar :

a) $\dfrac{a^7.b^4}{a^4.b^3}$ =

b) $\dfrac{6^4 . 6^3 . 6^5}{6^8 . 6^7 . 6}$

c) $\dfrac{3^8.a^5.b^4.c^7}{3^6.b^{3}.a^4.c^5}$ =

d) $\dfrac{10^7.m^3.y^4.z^6}{10^5.z^4.m.y^2}$

10)Resuelve las siguientes operaciones combinadas :

a) $3\sqrt{27.2^3-(5^2+1)}$: [6^2 – (9 - $3\sqrt{8}$)^2]

b) (-7 + 4)^4 ÷ 3^3 - $\sqrt{25}$. (-2)

c) $\dfrac{3\sqrt{27}+}{3\sqrt{4.2}}\sqrt{16}-\sqrt{9}$

d) $\sqrt{\sqrt{16}}.3\sqrt{-27}+3\sqrt{-8}.3\sqrt{-1}$

11)Problemas :

a) Las edades de un padre y su hijo suman 85 años. Si la edad del hijo es la cuarta parte de la de su padre, ¿Cuál es la edad del hijo ?

b) Ricardo gana$ 788000 semanales y gasta $ 98000 diarios ¿ Cuánto podrá ahorrar en 7 semanas?

c) Hallar el área de un terreno de forma cuadrada de 40 metros de lado.

d)Un número dividido entre 2 y elevado al cubo es igual a 512. ¿ Cuál es el número ?

e)Si la edad de tu abuelito la multiplicas por 8, luego la divides por 10 y el cociente lo multiplicas por 3 añadiendo enseguida 36, obtendrás 180. ¿ Cuál es la edad de tu abuelito?

f) Mario y Felipe tienen juntos $ 30000. Si Mario le diera a Felipe$ 9000, entonces los dos tendrían igual cantidad de dinero. ¿Cuánto tiene cada uno de ellos ?